

Zadanie 3.

Sprawdzanie, czy podana liczba jest doskonała

Liczba doskonała (definicja) to taka liczba naturalna, której suma jej dzielników właściwych (bez niej samej) jest jej równa.

Taką liczbą jest np. 6, ponieważ

$$D_6=\{1,2,3\} \text{ oraz } 6=1+2+3$$

lub 28

$$D_{28}=\{1,2,4,7,14\} \text{ oraz } 28=1+2+4+7+14$$

Kilka kolejnych liczb doskonałych

6, 28, 496, 8128, 33550336, 8589869056, 137438691328

Strategia algorytmu

Siłowe rozwiązanie dla liczby n polega na sprawdzeniu wszystkich liczb z przedziału $[1..n]$ i wyłonieniu z nich tych, które są dzielnikami liczby n . Np. dla liczby 28 sprawdzamy kolejno liczby 1, 2, 3, ..., 28 i jeśli któraś dzieli bez reszty liczbę 28, dodajemy ją do sumy dzielników. Dla dużych liczb ten algorytm staje się bardzo powolny. Warto zauważyć, że jeśli znajdziemy jeden dzielnik, to do pary otrzymujemy drugi (wyjątek stanowią liczby kwadratowe), np. dla liczby **28** mamy:

$$1 \text{ oraz } 28:1=28$$

$$2 \text{ oraz } 28:2=14$$

$$4 \text{ oraz } 28:4=7$$

Dalej nie szukamy, ponieważ dzielniki będą się powtarzały. Liczby, które musimy sprawdzić, czy są potencjalnymi dzielnikami będą zawierać się w przedziale $[1..[n\sqrt{v}]]$, a więc dla liczby 28 jest to $[1..[28--\sqrt{v}]]=[1..5]$. Dla liczby kwadratowej, jej "środkowy" dzielnik zliczamy tylko raz. Oczywiście dla liczb doskonałych nie bierzemy pod uwagę dzielnika, który jest badaną liczbą.